Total No. of Printed Pages—11

2 SEM FYUGP MINSTS2

2 0 2 4

(May/June)

STATISTICS

(Minor)

Paper : MINSTS2

(Basic Probability Theory and Distributions)

Full Marks : 60

Time : 3 hours

The figures in the margin indicate full marks for the questions

1. শুদ্ধ উত্তৰটো বাচি উলিওৱা : 1×6=6

Choose the correct answer :

(a) গাণিতিক সম্ভাৱিতাৰ সংজ্ঞাটো আগবঢ়াইছিল

The definition of classical probability was given by

(i) লাপ্লাচে

Laplace

(ii) ভ'ন মিচেচে

von Mises

(iii) বাৰ্ণলিয়ে

Bernoulli

(iv) ওপৰৰ এজনও নহয়

None of them

(b) দুটা ঘটনা A আৰু B পৰস্পৰ বহিৰ্ভূত হ'ব, যদিহে $P(A \cap B) =$

Two events A and B are mutually exclusive, if $P(A \cap B) =$

(i) $P(A) \cdot P(B)$

(ii) 0

(iii) 1

(iv) -1

(c) যদি X যাদৃচ্ছিক চলকটোৰ বণ্টন ফলন F হয়, তেন্তে তলৰ কোনটো শুদ্ধ ?

If F is a distribution function of the random variable X, then which one is correct?

(i) $0 \leq F \leq 1$

(ii) $-\infty \leq F \leq \infty$

(iii) $F(-\infty) = 0$

(iv) *(i)* আৰু *(iii)* দুয়োটা

Both *(i)* and *(iii)*

(d) যদি X_1, X_2 দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে $M_{X_1+X_2}(t) =$

If X_1, X_2 are independent random variables, then $M_{X_1+X_2}(t) =$

(i) $M_{X_1}(t) + M_{X_2}(t)$

(ii) $M_{X_1}(t) - M_{X_2}(t)$

(iii) $M_{X_1}(t) \cdot M_{X_2}(t)$

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(e) দ্বিপদ বণ্টনৰ কাৰণে

For binomial probability distribution

(i) মাধ্য = প্ৰসৰণ

mean = variance

(ii) মাধ্য > প্ৰসৰণ

mean > variance

(iii) মাধ্য < প্ৰসৰণ

mean < variance

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

(f) যদি $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, তেন্তে $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ ক বোলা হয়

If $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, then $Z = \frac{X-\mu}{\sigma}$ is called

(i) দ্বিপদ চলক

binomial variate

(ii) পয়ছন চলক

Poisson variate

(iii) মানক প্ৰসামান্য চলক

standard normal variate

(iv) ওপৰৰ এটাও নহয়

None of the above

2. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ উত্তৰ লিখা : 2×6=12

Answer the following questions :

(a) প্ৰতিচয়ন বিন্দু আৰু প্ৰতিদৰ্শ সমষ্টিৰ উদাহৰণসহ সংজ্ঞা দিয়া।

Define sample point and sample space with examples.

(b) বিচ্ছিন্ন আৰু অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ উদাহৰণসহ সংজ্ঞা দিয়া।

Define discrete and continuous random variables with examples.

(c) বণ্টন ফলন কাক বোলে ? ইয়াৰ বৈশিষ্ট্যসমূহ লিখা।

Define distribution function by stating its properties.

(d) প্ৰমাণ কৰা যে, যদি X, Y দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলক হয়, তেন্তে $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$.

Prove that, if X, Y are independent random variables, then $E(XY) = E(X) \cdot E(Y)$.

(e) প্ৰমাণ কৰা যে, $V(aX + b) = a^2 V(X)$, য'ত a, b ধ্ৰুৱক।

Show that, $V(aX + b) = a^2 V(X)$, where a, b are constants

(f) তলৰ বণ্টনটোৰ পৰা মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা :

Find the mean and variance from the following distribution :

$$f\left(x;\ 8,\ \frac{1}{2}\right) = {}^{8}C_{x}\left(\frac{1}{2}\right)^{8};\ x = 0, 1, 2, \ldots, 8$$

3. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো **দুটাৰ** উত্তৰ লিখা : 4×2=8

Answer any *two* of the following questions :

(a) ৰাম আৰু শ্যাম একে পদৰ দুটা খালী পদ পূৰণৰ কাৰণে সাক্ষাৎকাৰ দিবলৈ গ'ল। ৰামৰ নিৰ্বাচিত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা $\frac{1}{7}$ আৰু শ্যামৰ $\frac{2}{5}$, তেন্তে *(i)* দুয়োজন নিৰ্বাচিত হোৱাৰ আৰু *(ii)* যি কোনো এজন নিৰ্বাচিত হোৱাৰ সম্ভাৱিতা উলিওৱা।

Ram and Shyam appear in an interview for two vacancies in the same post. The probability that Ram is selected is $\frac{1}{7}$ and that of Shyam's selection is $\frac{2}{5}$. What is the probability that *(i)* both of them will be selected and *(ii)* only one of them will be selected?

(b) এটা বেগত 5টা বগা, 2টা ক'লা বল আছিল। আন এটা বেগত 4টা বগা, 4টা ক'লা বল আছিল। প্ৰথম বেগৰ পৰা যাদৃচ্ছিকভাৱে এটা বল দ্বিতীয় বেগলৈ পঠোৱা হ'ল আৰু তাৰ পাছত দ্বিতীয় বেগৰ পৰা এটা বল উঠোৱা হ'ল। বলটো বগা হোৱাৰ সম্ভাৱিতা কিমান?

A bag contains 5 white and 2 black balls. Another bag contains 4 white and 4 black balls. One ball is transferred at random from the first bag to the second bag and then a ball is drawn from the second bag. What is the probability that the ball is white?

(c) 3জন প্ৰডাকচন বিভাগ, 4জন পাৰ্চেজ বিভাগ, 2জন চেলছ বিভাগ আৰু এজন চাটাৰ্ড একাউন্টেন্টৰ পৰা 4জনীয়া এখন কমিটি গঠন কৰিব লাগে। সম্ভাৱিতা উলিওৱা—*(i)* প্ৰত্যেক বিভাগৰ এজনকৈ সদস্য থাকিবই লাগিব আৰু *(ii)* চাটাৰ্ড একাউন্টেন্টজন থাকিবই লাগিব।

A committee of 4 people is to be appointed from 3 of production department, 4 of purchase department, 2 of sales department and 1 CA. Find the probability that *(i)* there must be one from each department and *(ii)* the CA must be in the committee.

4. (a) (i) সম্ভাৱিতাৰ ভৰ ফলন আৰু ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি X যাদৃচ্ছিক চলকে তলত দিয়া মানখিনিৰ লগত এই সম্ভাৱিতাখিনি লয়, তেন্তে (1) kৰ মান আৰু (2) $P(X \geq 5)$ৰ মান উলিওৱা : 2+2+2=6

Define p.m.f. and p.d.f. A random variable X takes the following values with probabilities. Find (1) k and (2) $P(X \geq 5)$:

X	0	1	2	3	4	5	6	7
$P(X)$	0	$2k$	$3k$	k	$2k$	k^2	$7k^2$	$2k^2 + k$

(ii) X, Y যাদৃচ্ছিক চলকৰ যৌথ সম্ভাৱিতা বিভাজন ক্ৰমে $P(X=0, Y=1) = \frac{1}{3}$, $P(X=1, Y=-1) = \frac{1}{3}$, $P(X=1, Y=1) = \frac{1}{3}$.

(1) X, Yৰ প্ৰান্তিক সম্ভাৱিতা বিভাজনৰ মান উলিওৱা আৰু (2) X চৰ্তসাপেক্ষ সম্ভাৱিতা বিভাজনৰ মান উলিওৱা য'ত $Y = 1$. 3+2=5

The joint probability distribution of X, Y is $P(X=0, Y=1) = \frac{1}{3}$, $P(X=1, Y=-1) = \frac{1}{3}$, $P(X=1, Y=1) = \frac{1}{3}$.

Find (1) marginal distribution of X, Y and (2) conditional probability distribution of X given $Y = 1$.

অথবা / Or

(b) (i) প্ৰান্তিক আৰু চৰ্তসাপেক্ষ ঘনত্ব ফলনৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি X, Yৰ যৌথ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(6 - x - y),\ 0 \le x < 2,\ 2 \le y < 4$$

হয়, তেন্তে (1) $P(X < 1 \cap Y < 3)$ আৰু (2) $P(X < 1 \mid Y < 3)$ ৰ মান উলিওৱা।

2+2+2=6

Define marginal density and conditional density function. If X, Y have the joint density function

$$f(x, y) = \frac{1}{8}(6 - x - y),\ 0 \le x < 2,\ 2 \le y < 4$$

then find (1) $P(X < 1 \cap Y < 3)$ and (2) $P(X < 1 \mid Y < 3)$.

(ii) দিয়া আছে X, Yৰ যৌথ ঘনত্ব ফলন

$$f(x, y) = \frac{1}{2}e^{-y} \cdot x,\ 0 < x < 2,\ y > 0$$

তেন্তে $X + Y$ ৰ বিভাজন উলিওৱা। 5

Given the joint density function of X and Y

$$f(x, y) = \frac{1}{2}e^{-y} \cdot x,\ 0 < x < 2,\ y > 0$$

Then find the distribution of $X + Y$.

5. (a) (i) আঘূৰ্ণজনক ফলন কাক বোলে? প্ৰমাণ কৰা যে, দুটা স্বতন্ত্ৰ যাদৃচ্ছিক চলকৰ যোগফলৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন চলককেইটাৰ আঘূৰ্ণজনক ফলনৰ পূৰণফলৰ সমান। 2+4=6

Define moment-generating function. Prove that MGF of the sum of two independent random variables is equal to the product of their respective MGFs.

(ii) অবিচ্ছিন্ন যাদৃচ্ছিক চলকৰ বাবে গাণিতীয় প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। যদি X ৰ ঘনত্ব ফলন

$$f(x) = 2(1-x),\ 0 < x < 1$$

তেন্তে (1) $E(X)$ আৰু (2) $V(2X+3)$ ৰ মান নিৰ্ণয় কৰা। 1+2+2=5

Define mathematical expectation for continuous random variable. If X has the density function

$$f(x) = 2(1-x),\ 0 < x < 1$$

then find (1) $E(X)$ and (2) $V(2X+3)$.

অথবা / Or

(b) (i) প্ৰসৰণৰ সংজ্ঞা দিয়া আৰু ইয়াৰ ধৰ্মসমূহ লিখা। লগতে ইয়াৰ যি কোনো এটা ধৰ্ম প্ৰমাণ কৰা। 1+3+2=6

Define variance and state its properties. Also prove any one of them.

(ii) দ্বিচলকীয় সম্ভাৱিতা বণ্টনৰ গাণিতীয় প্ৰত্যাশাৰ সংজ্ঞা দিয়া। প্ৰমাণ কৰা যে $E(X) = E\{E(X \mid Y)\}$. 2+3=5

Define mathematical expectation of bivariate probability distribution. Prove that $E(X) = E\{E(X \mid Y)\}$.

6. তলত দিয়া প্ৰশ্নবোৰৰ যি কোনো দুটাৰ উত্তৰ লিখা : 6×2=12

Answer any *two* of the following questions :

(a) পয়ছন বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ উলিওৱা। 2+4=6

Define Poisson distribution. Obtain its mean and variance.

(b) কি কি চৰ্তত দ্বিপদ বণ্টনৰ পৰা প্ৰসামান্য বণ্টন পাব পাৰি? মানক প্ৰসামান্য বণ্টনৰ সম্ভাৱিতা ঘনত্ব ফলন উলিওৱা আৰু ইয়াৰ ধৰ্মসমূহ লিখা। 2+1+3=6

Under what conditions, does binomial distribution tend to normal distribution? Write the p.d.f. of standard normal variate and state its properties.

(c) চৰঘাতাংকীয় বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। ইয়াৰ আঘূৰ্ণজনক ফলন উলিয়াই মাধ্য আৰু প্ৰসৰণ নিৰ্ণয় কৰা। 1+3+2=6

Define exponential distribution. Obtain its MGF and hence find its mean and variance.

(d) দুটা প্ৰাচলযুক্ত গামা বণ্টনৰ সংজ্ঞা দিয়া। গামা বণ্টনৰ যোগসূত্ৰটোৰ উক্তিটো দিয়া আৰু প্ৰমাণ কৰা। 2+4=6

Define gamma distribution with two parameters. State and prove its additive property.

★★★